



O USO DE FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE CÁLCULO INTEGRAL E DIFERENCIAL

THE USE OF COMPUTATIONAL TOOLS IN TEACHING OF INTEGRAL AND DIFFERENTIAL CALCULATION

Cassia Bordim Santi ¹
Scheila Cristiane Angnes Willers Klein ²

RESUMO

O presente artigo relata o desenvolvimento de atividades práticas com o uso de ferramentas computacionais que foram inseridas nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, da Faculdade Horizontina – FAHOR. Para tanto, foram utilizados o software Geogebra no Cálculo II e o software Octave no Cálculo III, na resolução de situações problemas cujo objetivo foi aliar o uso de ferramentas tecnológicas para tornar ensino dos conceitos estudados significativos e aplicá-los de forma prática contribuindo com a formação dos estudantes. Percebe-se que as atividades desenvolvidas foram significativas, e o objetivo foi atingido. Constatou-se que o uso dos softwares são ferramentas que auxiliam no ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, pois simulam diversas situações contribuindo para uma formação crítica e reflexiva.

Palavras-chave: Cálculo. Tecnologias. Modelagem Matemática.

ABSTRACT

This article reports the development of practical activities with the use of computational tools that were inserted in the disciplines of Differential and Integral Calculus, at Faculdade Horizontina – FAHOR. Therefore, the Geogebra software in Calculus II and the Octave software in Calculus III were used to solve problem situations whose objective was to combine the use of technological tools to make teaching the studied concepts meaningful and apply them in a practical way, contributing to the training of students. It is noticed that the activities developed were significant, and the objective was achieved. It was found that the use of software are tools that help in teaching and learning Differential and Integral Calculus, as they simulate different situations, contributing to critical and reflective training.

Keywords: Calculation. Technologies. Mathematical Modeling.

1 INTRODUÇÃO

O Cálculo Diferencial e Integral está presente em muitas definições da matemática, é uma disciplina dos cursos de engenharias, economia e licenciaturas,

¹ Professora. Mestre em Modelagem Matemática. Faculdade de Horizontina – FAHOR. E-mail: bordimcassia@fahor.com.br

² Professora. Mestre em Modelagem Matemática. Faculdade de Horizontina – FAHOR. E-mail: willersscheilac@fahor.com.br



e representa uma expressiva relevância pela sua potencialidade de aplicação na resolução de problemas relacionados a diversas áreas de conhecimento.

Os avanços tecnológicos estão surgindo cada vez mais no mercado de trabalho, exigindo profissionais qualificados e com aptidões em recursos tecnológicos.

Toda e qualquer profissão hoje, exige de seus profissionais que estejam sempre buscando o aperfeiçoamento, isso por que, o mundo está continuamente em processo de evolução e as pessoas cada vez mais conectadas umas com as outras. (MOURA E BRANDÃO, 2013, p. 1).

Portanto, é preciso incorporar a tecnologia no ensino, sendo o professor mediador desse processo, aliando o ensino dos conteúdos programáticos às novas ferramentas.

Com o avanço tecnológico, os profissionais precisam estar cada vez mais conectados com o mundo, especialmente os professores, tendo que abandonar antigas formas de ensinar e buscar condições favoráveis ao desenvolvimento do processo ensino aprendizagem ressaltando a criatividade, com alunos inventivos e envolvidos com outras descobertas. As transformações ocorridas nas últimas décadas anseiam por profissionais cada vez mais preparados e capacitados no domínio para o uso das mais diversas ferramentas tecnológicas, explorando as competências e habilidades ideais no processo de ensino/aprendizagem. (MOURA E BRANDÃO, 2013, p.5)

Atualmente, o ensino de Cálculo Diferencial e Integral vem sendo discutido na comunidade acadêmica, e considerado uma das disciplinas com os maiores índices de reprovação dos semestres iniciais dos cursos de graduação em que são oferecidas, fato esse que subsidia este trabalho. Buscando trazer perspectivas e metodologias que visem solucionar o problema apresentado, este trabalho mostra a aplicabilidade de softwares matemáticos no Cálculo Diferencial e Integral, uma vez que as tecnologias digitais estão cada vez mais inseridas no dia a dia e ganham amplo espaço no meio acadêmico, que apresenta características fortes para focar em um ensino com o uso de tecnologias. Nota-se que além de serem uma forma de construção de conhecimento a utilização de softwares matemáticos despertam o interesse dos estudantes em aplicar os conceitos estudados nas disciplinas de Cálculo.



O Projeto Pedagógico norteia a escolha e o modo de aplicação de um software considerando, por um lado, a natureza do conteúdo a ser desenvolvido e, por outro, os recursos disponíveis dos softwares. Esses podem ser combinados com outros materiais didáticos e dinâmicas de trabalho, contribuindo, assim, para o delineamento de situações de aprendizagem. Valente (1998, p.92)

Dentre a variedade de softwares que são utilizados como ferramenta de apoio do ensino e aprendizagem de Cálculo e que proporcionam aos estudantes o contato com o que está sendo ensinado, destacam-se os softwares livres abordados neste trabalho, o GeoGebra, software que une Cálculo, Álgebra, Geometria e Matemática Simbólica, permite realizar construções geométricas, inserir equações, funções, cálculo de derivadas e integrais, entre outras funcionalidades, e o Octave que é uma linguagem computacional e possui interface em linha de comando para a solução de problemas numéricos, lineares e não-lineares, também pode ser usado em experimentos numéricos.

Enquanto docentes, atuando como professoras de Cálculo Diferencial e Integral, em cursos de engenharia da Faculdade Horizontina, nossa preocupação sempre foi ensinar os conteúdos programáticos de forma significativa, aliando teorias e aplicações. Porém, percebemos que havia a necessidade de introduzir novas ferramentas de ensino, que além de melhorar o processo de ensino aprendizagem, também estivessem relacionadas a nova realidade em que nossos alunos estão inseridos, que é o uso cada vez mais das tecnologias.

As atividades tiveram como objetivo geral aliar o uso de ferramentas tecnológicas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, contribuindo na aprendizagem dos conceitos programáticos.

Especificamente:

- Tornar as aulas mais atrativas e significativas;
- Contribuir para a formação do aluno;

O escopo deste artigo destaca atividades realizadas no software Geogebra durante a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, e atividade realizada no software Octave durante a disciplina de Cálculo III, nos cursos de Engenharia da Fahor.



2 DESENVOLVIMENTO

O professor de cálculo utiliza muito o quadro-negro para resolver de forma detalhada as soluções, porém, esse recurso apresenta restrições, nem sempre é possível construir gráficos para interpretação de uma situação problema.

“O quadro-negro não deixa de ser uma tecnologia importante, sobretudo para o professor de Matemática, que o utiliza para interagir com a turma e o conteúdo, seja na demonstração de um teorema, ou mesmo na apresentação das soluções para as várias questões trabalhadas, mas todos haverão de concordar que esse ambiente se mostra extremamente limitado na abordagem de algumas situações matemáticas.” (ROCHA, SANTIAGO, LOPES, DANTAS e NETO, 2007)

Atualmente nossos estudantes tem ao seu alcance muitos recursos tecnológicos, para que esse estudante sinta-se motivado em sala de aula, o professor precisa estar buscando novas metodologias de ensino, sendo o uso de softwares uma das importantes ferramentas que contribui para o aprendizado.

[...] há uma carência quando se trata de informática na educação, pois a formação de um professor no uso das tecnologias não se dá por meio somente por meio da prática. Ela deve ser um processo contínuo, consagrando teoria e prática. Há, pois, a necessidade de uma compreensão dos professores de que a tecnologia é um complemento do processo pedagógico, já que o usuário deve estar preparado não para o uso, mas para proporcionar, no ambiente da sala de aula, uma interação entre o conteúdo ministrado e a inserção destes novos meios. (NETO, 2009, P. 99)

O professor é o mediador de todo o processo de ensino-aprendizagem, a aplicação do software nas aulas não pode ser simplesmente para tornar a aula diferente, mas sim, para contribuir e agregar qualidade ao ensino.

Na sequência destacam-se algumas atividades desenvolvidas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, utilizando o software GeoGebra e Octave.

2.1 Utilização do software GeoGebra

Segundo, Borba, da Silva e Gadaniadis (2014, p. 45) o GeoGebra é um dos primeiros softwares livres que integram Geometria Dinâmica-GD, Sistema de Computação Algébrica-CA e de representações múltiplas de Funções.



O GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001 e, ao longo dos anos, foi consolidando seu status enquanto uma tecnologia inovadora na educação matemática. Desde seu lançamento, cada vez mais, professores e/ou pesquisadores têm demonstrado interesses didático-pedagógicos e acadêmicos diversificados com relação ao uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem de matemática (BORBA, DA SILVA E GADANIDIS, 2014, p. 46).

Considerando as dificuldades enfrentadas pelos estudantes de Cálculo, o uso de tecnologia em sala de aula deve-se a necessidade de uma nova forma de interpretar e trabalhar os conteúdos propostos, que auxilie na construção de conceitos e aplicações, criando situações de aprendizagens que estimulem os estudantes a buscar e aplicar os conceitos estudados. Para tanto, a utilização do software Geogebra no ensino do Cálculo Diferencial Integral é importante, pois reúne ferramentas capazes de representar em um único ambiente visual, características geométricas e algébricas de um objeto. Além disso, o software é capaz de derivar, integrar, encontrar as raízes e pontos extremos funções. Neste sentido, o uso do software como ferramenta didática no ensino de Cálculo foi proposto para contribuir para o interesse e melhor desempenho dos alunos na disciplina.

No Cálculo II são resolvidos problemas da engenharia, que envolvem o cálculo de integrais, o software Geogebra auxilia na plotagem do gráfico, e resolução das integrais no próprio software.

Atividade desenvolvida:

Inicialmente, foram estudados os conceitos de Volume de Sólidos de Revolução através do cálculo integral. Quando uma curva plana gira em torno de uma reta no plano, obtemos uma superfície de revolução. Seja S o sólido gerado pela rotação da região do plano limitada por $y = f(x)$, o eixo x, $x = a$ e $x = b$ em torno do eixo x. Então o volume V deste sólido é dado por:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

A atividade foi desenvolvida pelos estudantes, após alguns exemplos e orientações da professora, onde os mesmos foram incentivados a fazer um ajuste de curvas de algum objeto do seu cotidiano, para encontrar a função $f(x)$ a ser utilizada no cálculo do volume do objeto escolhido.

O estudo de caso de um dos grupos foi uma Garrafa de Água de plástico de volume aproximado de 600ml (HEITMANN). A foto do objeto cilíndrico, conforme Figura 1, é inserida no software GeoGebra e ajustada nos eixos coordenados X, Y com as dimensões reais aproximadas do objeto.

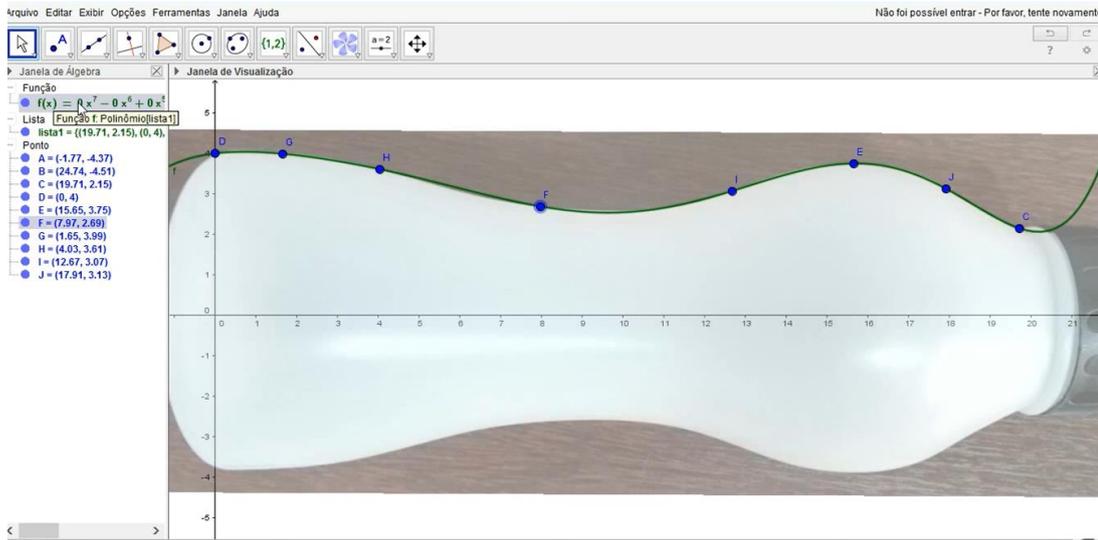


Figura 1: Tela do Geogebra com a imagem da Garrafa de água utilizada no estudo de caso, por um dos grupos.

Fonte: Autores

Utilizando esses pontos é gerado uma lista $L=\{D, G, H, F, I, E, J, C\}$ onde as coordenadas estão especificadas na Tabela 1.

Tabela 1: Coordenadas dos Pontos (x, y) para cálculo do Polinômio Interpolador.

X (cm)	Y (cm)
0	4
1.65	3.99
4.03	3.61
7.97	2.69
12.67	3.07
15.65	3.75
17.91	3.13
19.71	2.15

Fonte: Autores.



Usando a função no GeoGebra Polinômio(L), é então gerada uma curva, uma função $f(x)$ que passa por todos os pontos da lista L. A função Gerada é dada por:

$$f(x) = 0.000000388x^7 - 0.0000225x^6 + 0.000476x^5 - 0.00468x^4 + 0.0259x^3 - 0.107x^2 + 0.118x + 4$$

A função $f(x)$ encontrada é um polinômio de grau 7. Esta função foi utilizada para gerar o sólido de revolução e conseqüentemente o cálculo do volume deste sólido. Realizado o processo de modelagem da Curva no GeoGebra inicia-se a parte de construção do objeto no 3D. Para isso é delimitado o Intervalo $I = [0; 19,71]$ da função $f(x)$ e usado a ferramenta de Rotação de Curvas no GeoGebra, formando então o Sólido da Figura 2.

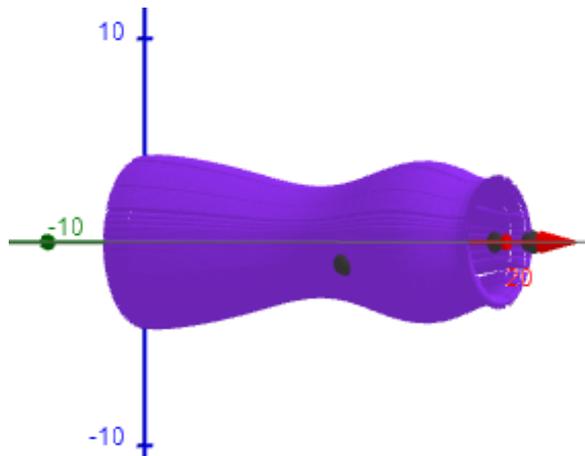


Figura 2: Imagem do Sólido de Rotação no GeoGebra.

Fonte: Autores.

Pela função $f(x)$ definida no Intervalo $I = [0; 19,71]$, foi aplicado na ferramenta do GeoGebra para Integrais definidas, conforme Figura 3, e foi encontramos o valor do Volume do Sólido de Revolução.

$$a = \text{Integral}\left((f(x))^2, 0, 19.71\right) \cdot 3.14$$
$$\rightarrow 673.92$$

Figura 3: Função de integração do GeoGebra.

Fonte: Autores.



Considerando que o volume indicado pelo fabricante de 600ml, este resultado mostra um valor encontrado de 673.92 ml, quando comparado com o valor do fabricante é uma boa aproximação encontrada.

2.2 Utilização do software Octave

O Octave é um software gratuito que foi criado com um propósito, passou por várias revisões e tornou-se uma importante ferramenta no ensino e na pesquisa.

O Octave originalmente foi criado por volta de 1988, com o propósito de ser um software de apoio a um livro de graduação em projetos de reator químico, escrito por James B. Rawlings da Universidade de Wisconsin-Madison e John G. Ekerdt da Universidade do Texas. Originalmente foi idealizado como ferramenta muito especializada relacionado à criação de reatores químicos. Posteriormente, após constatar as limitações dessa abordagem, optou-se pela construção de uma ferramenta mais flexível. (Sérgio Roberto Teixeira, 2010).

Foi optado utilizar o software Octave nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral III, pois resolve problemas de equações diferenciais algébricas, conteúdo que contempla a ementa da disciplina do Cálculo III. Segundo Cássia Barbosa Teixeira (2005), o Octave possui muitas ferramentas para a solução numérica de problemas comuns de álgebra linear, para a determinação de raízes de equações, polinômios e integração de equações diferenciais e equações diferenciais algébricas.

O ensino das equações diferenciais é apresentado aos estudantes a partir de situações problemas que envolvem problemas da engenharia, porém a resolução consiste na aplicação de métodos, e o software Octave auxilia na plotagem do gráfico, sem a necessidade de resolver a equação diferencial.

Após introduzir os métodos de resolução de Equações Diferenciais de Primeira e Segunda Ordem Homogêneas, foi apresentado o software Octave, alguns estudantes já haviam estudado com mesmo em outras disciplinas, outros estudantes ainda não conheciam o software. Após aprofundar os estudos sobre o software e explorar seus recursos, desenvolveu-se um manual explicativo para resolver Equações Diferenciais de Primeira e Segunda Ordem Homogêneas.

Será apresentada as atividades desenvolvidas em aula, utilizando software Octave.



Atividade 1

A ciência teve um grande desenvolvimento a partir do Cálculo Diferencial e Integral, pois observa-se que muitos princípios ou leis que regem o comportamento dos fenômenos naturais, sociais, econômicos, são proposições que envolvem Taxa de Variação. Expressas em linguagem matemática, essas relações são chamadas Equações Diferenciais. Plote o gráfico da equação diferencial de primeira ordem:

$$\frac{dy}{dx} + y = e^x$$

$$\text{condição } y(0) = 1$$

Inicialmente é necessário organizar a equação diferencial:

$$y' = e^{t^2} - \frac{y}{t}$$

Comandos digitados no Octave:

```
close all
clear all
function ydot=f(y,t)
ydot=(exp(t^2))-(y/t);
endfunction
x0=1;
t_range=linspace(4,5,50);
y_lsode=lsode('f',x0,(t_range));
figure();
plot(t_range,y_lsode(:,1),'bo');
grid on;
set(gca,'GridLineStyle',':');
```

Gráfico gerado no software:

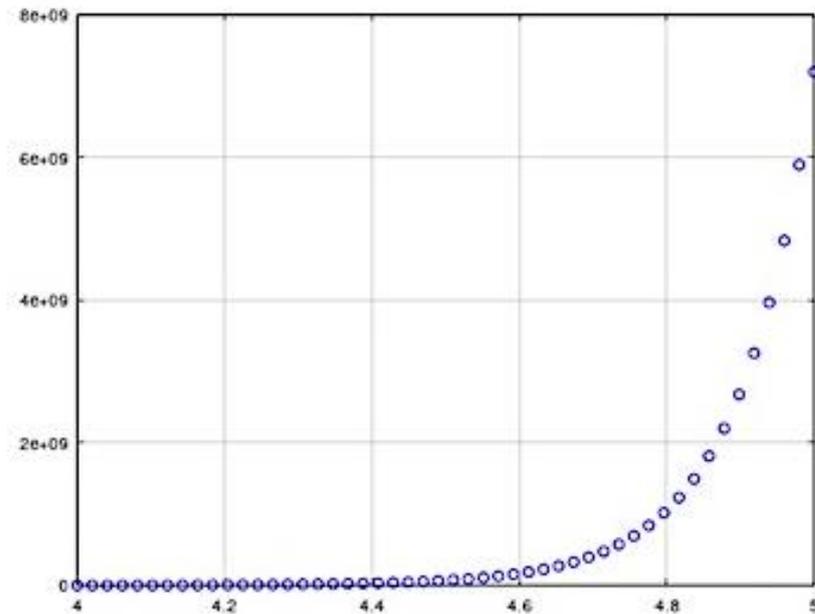


Figura 4: Tela do software Octave

Fonte: As autoras.

Atividade 2

O desenvolvimento de modelos matemáticos é de fundamental importância para a análise dinâmica das máquinas. A equação geral para um movimento mecânico amortecido é dado através da soma de forças que atua no sistema. A equação descreve o modelo matemático, onde b é a constante de amortecimento do sistema que depende linearmente da velocidade, m é a massa do sistema massa-mola e k é a constante de elasticidade da mola, e é dada por:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx(t) = 0$$

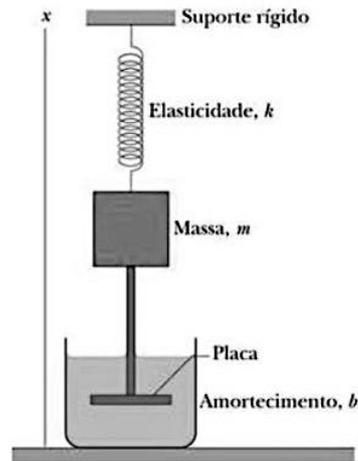


Figura 5: Representação do movimento mecânico amortecido.

Supondo que um corpo está ligado a uma mola e submerso em um líquido viscoso. A massa de 0,5 kg está presa a uma mola que tem constante de elasticidade igual a 2 N/m. A massa parte do repouso 2 metros abaixo da posição de equilíbrio e o movimento subsequente está sujeito a uma força de amortecimento igual o dobro da velocidade instantânea. Plote o gráfico que representa o movimento e explique.

Neste problema, inicialmente o estudante precisa identificar os coeficientes e substituir na equação diferencial:

$$0,5 \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + 2x(t) = 0$$

Com condições iniciais de: $x(0) = 2$ e $x'(0) = 0$

Posteriormente, organizar os dados, conforme a linguagem do software e digitar os comandos no Octave.

Comandos digitados no Octave:

```
close all
```

```
clear all
```

```
function ydot=f(y,t)
```

```
m=0.5;
```

```
c=2;
```

```
k=2;
```

```
omega=c/m;
```

```
gamma = k/m;
```

```
ydot(1)=y(2);
```



```
ydot(2)=-omega*y(2)-gamma*y(1);  
endfunction  
x0=[2,0];  
t_range=linspace(0,20,100);  
y_lsode=lsode('f',x0,(t_range));  
figure();  
plot(t_range,y_lsode(:,1),'bo');  
grid on;  
set(gca,'GridLineStyle',':');
```

Gráfico gerado no software:

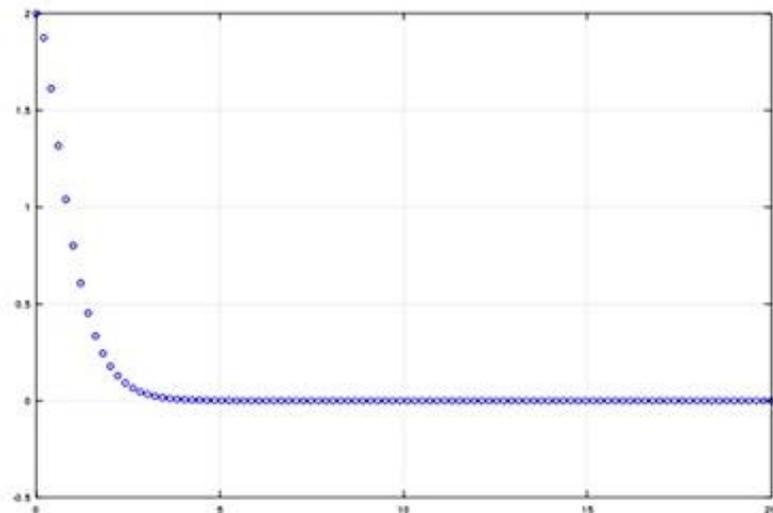


Figura 6: Tela do software Octave

Fonte: As autoras.

3 CONCLUSÃO

Neste artigo foram apresentadas atividades envolvendo o uso dos softwares GeoGebra e Octave, desenvolvidas durante as aulas de Cálculo Diferencial Integral II e Cálculo Diferencial Integral III. As atividades propostas contribuíram significativamente na aprendizagem dos estudantes.

Quando foi proposta a atividade no Octave, inicialmente, houve uma certa resistência por parte de alguns alunos, alegaram que não conheciam o software e



que não tinham conhecimentos dos comandos. Como já se esperava essa resistência, a inserção foi de forma gradativa, apresentando inicialmente cálculos simples, disponibilizando tutoriais e manuais. Posteriormente perceberam que o uso do software na resolução de equações diferenciais auxiliava no entendimento das aplicações e facilitava o aprendizado. Considera-se que os objetivos propostos foram alcançados, visto que houve o envolvimento dos estudantes na aplicação dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral.

Considerando as atividades abordadas neste artigo, sugere-se que educadores insiram em suas aulas o uso dos softwares GeoGebra e Octave, pois os mesmos contribuem significativamente para aprendizagem, simulam diversas situações e contribuem para uma formação generalista, crítica e reflexiva.

4 REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho. DA SILVA, Ricardo Scucuglia R. GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

TEIXEIRA, Sergio Roberto. **OCTAVE - Uma Introdução. Primeiros contatos com o ambiente de programação numérica Octave**. Disponível em: <http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pdfs/octave-final.pdf>. Acesso: 10/08/2021.

COELHO NETO, J. **Educação e informática: um estudo sobre ambientes informatizados com alunos do curso de pedagogia da Universidade Estadual do Norte do Paraná - Campus de Cornélio Procópio**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá - UEM, Maringá, 2009.

MOURA. E; BRANDÃO. E. **O uso das tecnologias digitais na modificação da prática educativa escolar**. Revista Fazer. Erechim, v 1, n°1.

ROCHA, E. M.; SANTIAGO, L. M.; LOPES, J. O.; DANTAS, D. M., & B.NETO, H. **Uso da informática nas aulas de Matemática: Obstáculo que precisa ser superado pelo professor, o aluno e a escola**. Anais do XXVII Congresso da SBC XIII Workshop sobre informática na escola. Rio de Janeiro, RJ. 2007.

TEIXEIRA, Cássia Barbosa. **Tutorial GNU Octave/Matlab**. Fonte: <https://pdfslide.tips/education/tutorial-octave-matlab.html>. Acesso: 10/08/2021.

Congresso do Ensino Superior
da Rede Sinodal 2021

ACÇÕES EM REDE PARA
INOVAÇÃO E SUPERAÇÃO
DOS DESAFIOS



Realização:



Organização:



VALENTE, J. A. **Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação.**
Anais do III Encontro Nacional do PROINFO. Pirenópolis: MEC, 1998.